

PROIECT DE ACTIVITATE DIDACTICĂ

Profil:real

Specializarea: Stiinte ale naturii

Clasa :a X-a/Nr.ore-4ore/săptămână

Disciplina :Matematică(M₂)-Geometrie

Unitatea de învățare :Geometrie.Ecuția dreptei în plan.

Tema lecției :*Distanța de la un punct la o dreaptă. Aplicații.*

Tipul lecției :Lecție de dobândire de noi cunoștințe și formare de priceperi și deprinderi

Durata : 50 minute

Locul desfășurării : sala de clasă

Scop: să știe să calculeze distanța de la un punct la o dreaptă în plan și să aplice în probleme diverse.

COMPETENȚE GENERALE:

CG1.Identificarea relațiilor între noțiunile matematice studiate;

CG2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice;

CG3.Utilizarea algoritmilor pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete;

CG4.Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete;

CG5.Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă;

CG6. Modelarea matematică prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii.

COMPETENȚE SPECIFICE :

CS1.Descrierea unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori;

CS2.Descrierea analitică, sintetică sau vectorială a distanțelor în plan;

CS3.Exprimarea analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice;

CS4.Interpretarea distanței și minimul distanței;

CS5.Modelarea unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial;

COMPETENȚE DERIVATE:

La sfârșitul activității didactice, elevii vor fi capabili :

1.Să își însușească corect distanța de la un punct la o dreaptă în plan ;

2.Să aplice corect formulele în determinarea ariilor suprafețelor plane,

3.Să aplice corect formulele în situații practice.

VALORI ȘI ATITUDINI:

1. Dezvoltarea unei gândiri deschise, creative, a independenței în gândire și acțiune;
2. Manifestarea inițiativei, a disponibilității de a aborda sarcini variate, a tenacității, a perseverenței și a capacității de concentrare;
3. Dezvoltarea simțului estetic și critic, a capacității de a aprecia rigoarea, ordinea și eleganța în arhitectura rezolvării unei probleme sau a construirii unei teorii;
4. Formarea obișnuinței de a recurge la concepte și metode matematice în abordarea unor situații cotidiene sau pentru rezolvarea unor probleme practice;
5. Formarea motivației pentru studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viața socială și profesională.

STRATEGII DIDACTICE :

Principii didactice :

- Principiul participării și învățării active
- Principiul explicativ-demonstrativ (conversația, exercițiul)
- Principiul conexiunii inverse (feed-back)
- Principiul accesibilității

Metode de învățământ/instruire : conversația, conversația euristică, explicația, descoperirea dirijată, exercițiul, exemplificarea, problematizarea, expunerea, munca independentă, analogia, algoritmizarea, metode diferențiate.

Mijloace și materiale didactice: manual, culegere, fișă de lucru, fișă de lucru pe grupe pentru asigurare feed-back, fișă cu suport teoretic, reprezentare intuitivă, tabla, caiet, creta, manual, culegere, instrumente geometrice,

Forme de organizarea clasei: frontală, individuală, pe grupe diferențiate.

Forme de evaluare : observația, observarea sistematică, aprecierea verbală, conversația, examinatoarele, evaluare scrisă, evaluare formativă, evaluare inițială, chestionare orale, analiza și compararea răspunsurilor, tema de casă.


Resurse psihologice :

- elevii manifestă interes pentru lecție
- elevii posedă cunoștințe din geometria sintetică, vectorială și analitică
- motivația învățării : elevilor le este explicat faptul că noțiunile din această lecție au numeroase aplicații practice

Surse informaționale: Manual Matematică cls.a X-a (M2) M. Ganga ,Ed.Mathpress
Manual Matematică cls.a X-a (M2), M. Burtea, G. Burtea ,Ed.Carminis
Culegere Matematică cls.a X-a (M2), M. Burtea, G. Burtea ,Ed. Campion
didactic.ro

DESFĂȘURAREA LECȚIEI

Evenimentele lecției	Conținut	Resurse	Evaluare
<p>1.Moment organizatoric (1 min)</p> <p>2.Verificarea si discutarea temei (2 min)</p>	<p>- prezența,verificarea condițiilor de lucru.</p> <p>- se stabilește liniștea și atmosfera propice învățării.</p> <p>-se verifică tema calitativ si cantitativ, caietele de temă prin sondaj; se discută la tablă eventualele exerciții care au ridicat dificultăți elevilor.</p>	<p><i>FO</i>:frontal</p> <p><i>Metode</i></p> <p>-conversația</p> <p>-explicația</p> <p>-exercițiul</p> <p><i>Mijloace</i></p> <p>-caiet notițe,table,cretă</p> <p>-manual,culegere</p>	<p>-observația</p> <p>-tema pentru acasă</p> <p>-chestionarea orală</p> <p>-apreciere verbală</p> <p>-conversația</p> <p>examinatoare</p>
<p>3.Verificarea cunoștințelor din lecției anterioare (2 min)</p>	<p>- Reactualizarea cunoștințelor despre diversele modalități de scriere a ecuației unei drepte în plan.</p> <p>- Se pun următoarele întrebări :</p> <p>1. Care este <i>ecuația generală</i> a dreptei ? <i>d: $ax+by+c=0, a,b,c \in \mathbf{R}, a \neq 0$ sau $b \neq 0$</i></p> <p>2. Care este <i>ecuația carteziană explicită</i> a dreptei ? <i>d: $y= mx+n, m, n \in \mathbf{R}$ m-panta, n-ordonata la origine</i></p> <p>3. Ce reprezintă <i>panta</i> sau <i>coeficientul unghiular</i> al unei drepte ? <i>Panta (m) reprezintă tangenta unghiului format de dreaptă cu sensul pozitiv al axei Ox.</i></p> <p>4.Cum se determină <i>panta</i>?</p>	<p><i>FO</i>:frontal,individuală</p> <p><i>Metode</i></p> <p>-conversația euristică</p> <p>-explicația</p> <p>-expunerea</p>	<p>-observarea sistematică</p> <p>-apreciere verbală</p> <p>-chestionare orală</p> <p>-conversația</p> <p>examinatoare</p>

	<p>Cu ajutorul formulelor: $m = -\frac{a}{b}$ sau $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ $x_B \neq x_A$</p> <p>4. Care este ecuația dreptei determinată de un punct și pantă (direcție dată) ?</p> <p>Ecuația dreptei determinată de punctul $A(x_A, y_A)$ și panta m este. $d: y - y_A = m(x - x_A)$</p> <p>5. Care este ecuația unei drepte determinată de două puncte distincte $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$? $d: \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$, $x_B \neq x_A$ sau $y_B \neq y_A$</p> <p>6. Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte în plan .</p>	<p><i>Mijloace</i></p> <ul style="list-style-type: none"> -tabla -caiet -manual 	<ul style="list-style-type: none"> -analiza și compararea răspunsurilor -evaluare formativă -evaluare inițială
<p>4. Trezirea interesului pentru noua temă și anunțarea, introducerea noii teme și a obiectivelor acesteia. (2 min)</p> <p>5. Introducerea suportului</p>	<p>- Se cere elevilor să prezinte ce înțeleg prin distanță - se anunță obiectivele și importanța temei studiate;</p> <p><i>Distanța de la un punct la o dreaptă. Aplicații.</i></p> <p> Profesorul face desenul pe tablă reprezentând distanța și scrie formula distanței</p> <p>Scriem ecuația generală a dreptei $ax + by + c = 0$ punctul $M(x_0, y_0)$ din plan</p>	<p><i>FO: frontal, individuală</i></p> <p><i>Metode</i></p> <ul style="list-style-type: none"> -problematizarea -conversația euristică -descoperirea dirijată -exemplificarea -analogia -expunerea <p><i>Mijloace</i></p> <ul style="list-style-type: none"> -tabla, caiet, - reprezentare intuitivă, -instrumente geometrice 	<ul style="list-style-type: none"> -observarea răspunsurilor elevilor și a activității acestora -chestionare orală -conversația examinatorie -apreciere verbală

<p>noțional (12 min)</p>	<p>Distanța de la punctul M la dreapta de mai sus este dată de formula</p> $d(M, D) = \frac{ ax_0 + b \cdot y_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ <p>Profesorul dă exemple și calculează distanțe</p> <p>Calculați distanța dintre dreptele paralele de ecuații $x+2y=6$ și $2x+4y=11$.</p> <p>Punctul $A(0, 3)$ se află pe prima dreaptă.</p> <p>Distanța este $d(A, d_2) = \frac{ 2 \cdot 0 + 4 \cdot 3 - 11 }{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{1}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$.</p> <p><u>Aplicații ale distanței</u></p> <p>Pornind de la exemplul menționat și de la cele discutate anterior se cere elevilor să intuiască unde putem folosi distanțe, în calcularea căror elemente matematice și practice</p> <p>Elevii răspund la modul de calculare a ariei triunghiului, respectiv a patruleterelor sau altor poligoane din plan</p> <p>Profesorul propune spre rezolvare câteva probleme de pe fișă.</p> <p>Se va rezolva la tablă următoarea problemă: În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$; $B(-1,-1)$; $C(-3,0)$. Să se determine aria triunghiului ABC.</p> <p>Profesorul propune spre rezolvare mai multe exerciții cu grade diferite de dificultate</p> <p>Profesorul supraveghează corectitudinea calculelor</p>	<p><i>FO</i>: frontal, individuală</p> <p><i>Metode</i></p> <ul style="list-style-type: none"> -problematizarea -conversația euristică -descoperirea dirijată -exemplificarea -analogia -expunerea -exercitiul <p><i>Mijloace</i></p> <ul style="list-style-type: none"> -tabla, caiet, -reprezentare intuitivă, -instrumente geometrice, -fișă cu suport teoretic - 	<ul style="list-style-type: none"> -observarea răspunsurilor elevilor și a activității acestora -chestionare orală -conversația examinatoare -apreciere verbală -analiza și compararea răspunsurilor
--	---	--	--

<p>6. Formarea noilor deprinderi și consolidarea celor anterioare (15 min)</p> <p>Efectuarea unor exerciții de bază pentru verificare a condițiilor însușite</p> <p>- Reactualizarea și evaluarea deprinderilor dobândite în</p>	<p>- Se rezolvă <i>problema</i>, solicitând elevilor analiza și aplicarea noțiunilor însușite în descrierea unei configurații geometrice.</p> <p>Pb. Se consideră un triunghi cu vârfurile: $A(2,3)$, $B(-1,-2)$, $C(3,-1)$. Să se determine:</p> <p>a) Distanța de la A la BC b) Aria triunghiului ABC c) Ecuația înălțimii din vârful A. d) Ecuația dreptei ce trece prin vârful B și este paralelă cu AC; e) Ecuația mediatoarei laturii AC; f) Ecuațiile liniilor mijlocii ale triunghiului ABC; g) Natura triunghiului ABC.</p> <p>Rezolvare:</p> <p>a) Se scrie ecuația lui BC: $x-4y-7=0$ Apoi se calculează distanța</p> $d(A, BC) = \frac{ 2 - 4 \cdot 2 - 7 }{\sqrt{1^2 + (-4)^2}} = \frac{13\sqrt{17}}{17} = \sqrt{17}$ <p>b) Se calculează lungimea lui BC = Aria triunghiului</p> $A_{ABC} = \frac{13}{2}$ <p>c) Se calculează panta $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_{AD} = -4$ Se scrie ecuația dreptei determinată de punct și pantă $y - y_A = m_{AD}(x - x_A) \Rightarrow y - 3 = -4(x - 2) \Rightarrow AD: 4x + y - 11 = 0$</p> <p>d) Se calculează panta $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = -4 \Rightarrow m_d = -4 \Rightarrow AD = AC \Rightarrow D = C$</p> <p>Se scrie ecuația dreptei determinată de punct și pantă $y - y_B = m_d(x - x_B) \Rightarrow d: y + 2 = -4(x + 1) \Rightarrow d: 4x + y + 6 = 0$</p>	<p>FO: frontală</p> <p><i>Metode</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - conversația euristică - descoperirea dirijată - analogia, explicația - exemplificarea - problematizarea - expunerea - exercițiul <p><i>Mijloace:</i> tabla, caiet,</p> <ul style="list-style-type: none"> - manual, cretă - manual - fișă cu suport teoretic - reprezentare intuitivă - instrumente geometrice 	<ul style="list-style-type: none"> - observarea răspunsurilor elevilor și a activității acestora - chestionare orale - conversația examinatorie - apreciere verbală <p>- evaluare formativă prin raportare la tablă</p>
---	---	--	---

<p>lecțiile anterioare pentru determinarea pantei unei drepte</p> <p>-Efectuarea unor exerciții de bază</p> <p>Efectuarea unor exerciții de consolidare și aprofundare</p>	<p>e) $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = -4 \Rightarrow m_{d1} = \frac{1}{4}$</p> <p>Fie M mijlocul lui $[AC]$, $M \in (AC)$, atunci $M(\frac{5}{2}, 1)$</p> <p>Se scrie ecuația dreptei determinată de punct și pantă</p> <p>$d_1: y - y_M = m_{d1}(x - x_M) \Rightarrow d_1: y - 1 = \frac{1}{4}(x - \frac{5}{2}) \Rightarrow d_1: 2x - 8y + 3 = 0$</p> <p>f) Determinăm ecuația liniei mijlocii MP, unde M este mijlocul lui $[AC]$ și P mijlocul lui $[BC]$, $M \in (AC)$, $P \in (BC)$ atunci $M(\frac{5}{2}, 1)$ și $P(1, -\frac{3}{2})$</p> <p>Se scrie ecuația determinată de două puncte distincte</p> <p>$MP: \frac{x - x_M}{x_P - x_M} = \frac{y - y_M}{y_P - y_M} \Rightarrow \frac{x - \frac{5}{2}}{1 - \frac{5}{2}} = \frac{y - 1}{-\frac{3}{2} - 1}$. După efectuarea calculelor se obține ecuația $MP: 10x - 6y - 19 = 0$</p> <p>-se discută cu elevii încă o modalitate de rezolvare a subpunctelor</p> <p>g) Deoarece $m_{BC} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow BC \perp AC \Rightarrow \Delta ABC$ este dreptunghic în C</p> <p>-se sugerează elevilor să calculeze acasă lungimile laturilor pentru a observa dacă triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.</p> <p>-se recapitulează cu elevii, urmărindu-se completarea răspunsurilor primite și reținerea noțiunilor fundamentale însușite anterior de către elevi necesare în rezolvarea exercițiilor.</p>	<p><i>FO</i>: frontal, individuală</p> <p><i>Metode</i></p> <ul style="list-style-type: none"> -conversația euristică -descoperirea dirijată -analogia -explicația -expunerea -exercițiul -algoritmizarea -exemplificarea <p><i>Mijloace</i></p> <ul style="list-style-type: none"> -tabla, caiet, cretă -fișă cu suport teoretic -fișa de lucru -manual -reprezentare intuitivă -instrumente geometrice 	<p>-conversația examinatoare -apreciere verbală</p>
<p>7. Asigurarea</p>	<p>-elevii rezolvă independent sarcini de lucru</p>	<p><i>FO</i>: individual,</p>	<p>-observarea activității</p>

feed-back Aprecieri si eventuale notări (12 min)	din fișa de lucru - discutarea ex.de pe fișa de lucru (dacă timpul permite,dacă nu, corectarea fișei ora următoare). -chestionarea elevilor asupra celor studiate -notarea elevilor care s-au evidențiat pe parcursul lecției	<i>Metode:</i> -exercițiul -conversația euristică -munca independentă -metode diferențiate <i>Mijloace:</i> tabla, caiet -manual,fișa de lucru	elevului -evaluare scrisă -verificarea caietelor prin sondaj -chestionare orală analiza și compararea rezultatelor
8.Intensificarea retenției (3 min)	-se recapituleaza frontal, noțiunile teoretice învățate – -se subliniază importanța temei pentru propunerea unor noi modalități de calculare a distanțelor în plan, de determinare a ariilor figurile geometrice studiate.	<i>FO:</i> individual,frontal <i>Metode:</i> -explicația -conversația euristica -metode diferențiate <i>Mijloace:</i> tabla, caiet,fișă	-apreciere verbală -chestionare orală -observația sistematică -analiza și compararea răspunsurilor
9.Anunțarea temei (1 min)	Tema: Exerc.1,3,5,9,10 - fișa de lucru	<i>FO:</i> frontal <i>Metode:</i> explicația,conversația,conversația euristica <i>Mijloace:</i> caiet, -fișa de lucru , manual	- se trag concluzii, se apreciază elevii

FIȘA DE LUCRU

1. Stabiliți poziția relativă în plan a următoarelor perechi de drepte:
 - a) $d_1: x-2y-5=0$ și $d_2: 3x - 6y-4=0$
 - b) $d_1: \frac{1}{2}x+y+3=0$ și $d_2: y=2x+1$
 - c) $d_1: y=x-3$ și $d_2: 2x - 2y-6=0$
 - d) $d_1: 3x-5y+1=0$ și $d_2: 5x+3y=3$
2. Să se determine distanța de la punctul $A(-2,3)$ la dreapta de ecuație $3x-2y+6=0$.
3. Să se calculeze distanța de la punctul $M(1,4)$ la dreapta de ecuație $2x+5y-1=0$.
4. Să se calculeze distanța dintre dreptele paralele de ecuații $x+2y=6$ și $2x+4y=11$.
5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$; $B(-1,-1)$; $C(-3,0)$. Să se determine aria triunghiului ABC .
6. Se consideră punctele $A(1,a)$, $B(2,-1)$, $C(3,2)$ și $D(1,-2)$. Să se determine numărul real a știind că dreptele AB și CD sunt paralele.
(Culegere Bacalaureat 2015).
7. Să se demonstreze că patrulaterul $MNPQ$ cu vârfurile $M(2,0)$, $N(6,4)$, $P(4,6)$ și $Q(0,2)$ este dreptunghi.
(Culegere Bacalaureat 2015).
8. Se consideră un triunghi cu vârfurile: $A(2,3)$, $B(-1,-2)$, $C(3,-1)$. Să se determine:
 - a) Distanța de la A la BC
 - b) Aria triunghiului ABC
 - c) Ecuația și lungimea înălțimii din vârful A .
 - d) Ecuația dreptei care trece prin vârful B și este paralelă cu AC ;
 - e) Ecuația mediatoarei laturii AC ;
 - f) Ecuațiile liniilor mijlocii ale triunghiului ABC ;
 - g) Natura triunghiului ABC .
9. Se dau punctele $A(2,-1)$, $B(1,3)$, $H(-1,1)$. Să se determine coordonatele punctului C astfel încât H să fie ortocentrul triunghiului ABC . Calculați distanța de la H la AB și de la C la AB .
10. Se dau punctele $A(-1,-2)$ și $M(m,-m+1)$. Să se determine parametrul real m astfel încât:
 - a) Distanța de la O la dreapta AM să fie 3;
 - b) Distanța de la AM la axa Ox să fie 2;
 - c) Distanța de la AM la axa Oy să fie 1;
 - d) Distanța de la M la dreapta de ecuație $2x-y+1=0$ să fie 5;

FIȘĂ CU SUPTOR TEORETIC

Ecuția unei drepte determinată de două puncte distincte $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$

$$d: \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}, x_B \neq x_A \text{ sau } y_B \neq y_A$$

Ecuția dreptei determinată de punctul $A(x_A, y_A)$ și pantă (coeficient unghiular) m este.

$$d: y-y_A = m(x-x_A)$$

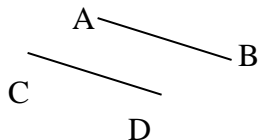
Panta unei drepte:

$$m = -\frac{a}{b} \text{ sau } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, x_B \neq x_A$$

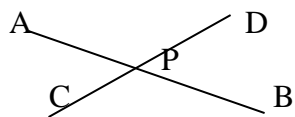
Distanța de la punctul $M(x_0, y_0)$ la dreapta $D: ax+by+c=0$ este dată de formula $d(M, D) = \frac{|ax_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

POZIȚIILE RELATIVE A DOUĂ DREPTE ÎN PLAN

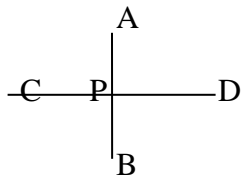
a) **drepte paralele** : $AB \parallel CD$ dacă $AB \cap CD = \emptyset$

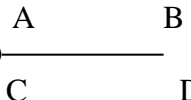


b) **drepte concurente** : $AB \cap CD = \{P\}$



▪ **drepte perpendiculare** : $AB \perp CD$ dacă $m(\sphericalangle AB, CD) = 90^\circ$



c) drepte confundate (coincidente): $AB=CD$ 

Teorema1 : Fie dreptele date sub forma generală:
 $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$
 $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \in \mathbf{R}, a_1^2 + b_1^2 \neq 0,$
 $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$

a) Dreptele sunt **paralele** dacă și numai dacă $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}, a_2, b_2, c_2 \neq 0$

b) Dreptele sunt **perpendiculare** dacă și numai dacă $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

c) Dreptele sunt **confundate** sau **coincidente** dacă și numai dacă $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}, a_2, b_2, c_2 \neq 0$

Teorema2 : Fie dreptele date sub forma explicită:

$$d_1: y = m_1x + n_1 \quad d_2: y = m_2x + n_2 \quad m_1, n_1, m_2, n_2 \in \mathbf{R}$$

a) Dreptele sunt **paralele** dacă și numai dacă au aceeași pantă: $m_1 = m_2, n_1 \neq n_2$

b) Dreptele sunt **perpendiculare** dacă și numai dacă produsul pantelor lor este egal cu -1: $m_1 \cdot m_2 = -1$

c) Dreptele sunt **confundate** sau **coincidente** dacă și numai dacă $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}, m_2, n_2 \neq 0$