

FIȘĂ DE LUCRU

Funcții derivabile. Proprietăți ale funcțiilor derivabile.

1. Să se calculeze derivatele funcțiilor $f : D \rightarrow R$ de mai jos, precizând domeniul de definiție și domeniul de derivabilitate al fiecărei funcții:

a) $f(x) = x^2 + x + 1$

b) $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$

d) $f(x) = \ln(1 + x^2)$

e) $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$

f) $f(x) = e^x(x^3 - 3x + 5)$

g) $f(x) = (x^2 + x + 1)^7$

2. Se reconsideră funcția $f : R \rightarrow R$, $f(x) = e^x + x^2$. Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

3. Să se calculeze derivata de ordin trei pentru funcția $f : R \setminus \{1\} \rightarrow R$, $f(x) = \frac{1}{x-1}$. Determinați $f^{(n)}(x)$.

4. Se consideră funcția $f : R \rightarrow R$, $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \in (-\infty, 0] \\ ax^2 + bx + c, & x \in (0, \infty) \end{cases}$

Să se determine parametrii reali a, b, c astfel încât f să fie derivabilă în punctul $x_0 = 0$

5. Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x(1-x)$ în $x_0 = 2$.

6. Se considera funcția $f : R \rightarrow R$, $f(x) = a^x + 6^x - 3^x - 4^x$. Utilizând teorema lui Fermat, să se determine $a \in (1, \infty)$ astfel încât $f(x) \geq 0, \forall x \in R$.

7. Să se stabilească dacă se poate aplica teorema lui Rolle funcției $f : [-1, 2] \rightarrow R$, $f(x) = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$.

8. Se consideră $f : [-1, 1] \rightarrow R$, $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 3x + 1, & x \in [-1, 0) \\ x^2 + bx - c, & x \in [0, 1] \end{cases}$,

a) Să se determine parametrii reali a, b, c astfel încât f să satisfacă condițiile teoremei lui Rolle pe $[-1, 1]$.

b) Cu a, b, c determinați ($a=-5, b=-3, c=-1$) mai sus să se aplice efectiv teorema lui Rolle.

9. Să se determine ordinul de multiplicitate pentru rădăcina $x = -1$ a ecuației $x^5 + x^4 - 6x^3 - 14x^2 - 11x - 3 = 0$.

10. Determinați punctele critice ale funcției $f : R \rightarrow R$, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.

Surse informaționale:

Manual Matematică cls.a XI-a (M1) M. Ganga, Ed. Mathpress

Manual Matematică cls.a XI-a (M1), M. Burtea, G. Burtea, Ed. Carminis