TESTUL 1 - Tehnologic

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore .

SUBIECTUL I (30 puncte)

(5p) **1.** Arătați că $(2-\frac{1}{2})^2 : 0{,}25 = 9$.

(5p) **2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + ax - 5$, cu $a \in \mathbb{R}$. Determinați numărul real a știind punctul A(2;3) aparține graficului funcției f.

(5p) **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația : $2^{4x-6} = 4^{3x-4}, x \in \mathbb{R}$.

(5p) **4.**Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A=$\{1,2,3, \dots ,40\}$, acesta să conțină cifra 4 .

(5p) **5.**În sistemul cartezian *xOy* se consideră punctele A(2 ; 3) și B(a ; 3) ,unde $a \in \mathbb{R}$. Determinați numerele reale a , știind că distanța dintre A și B este egală cu 2 .

(5p) **6.** Știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $tgx = 1$, arătați că $sin^2 x = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

1. Se consideră matricea A(a)= $\begin{pmatrix} a & 3 \\ a-1 & 2 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

(5p) **a)**Arătați că det(A(2))= 1 .

(5p) **b)** Arătați că A(2020) + A(2022) = 2A(2021).

(5p) **c)** Determinați numărul real x , știind că $\det[A(2) + xA(3)] = 0$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = 3^{x+y}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

(5p) **a)** Arătați că $(-2) * 2 = 1$.

(5p) **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația : $x * x^2 = 9$ . .

(5p) **c)** Demonstrați că legea „$*$” **nu** este asociativă .

SUBIECTUL III (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{2} - 4lnx$.

(5p) **a)** Arătați că $f\,'(x) = \frac{x^2-4}{x}$, $x \in (0, \infty)$.

(5p) **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă x=1 situat pe graficul funcției.

(5p) **c)** Demonstrați că $x^2 - 4 \geq 8ln\frac{x}{2}$, oricare $x \in (0, \infty)$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + e^{x^2}$.

(5p) **a)** Arătați că $\int_0^1 (f(x) - e^{x^2})dx = \frac{1}{2}$. .

(5p) **b)** Determinați o primitivă G: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, a funcției g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x) - e^{x^2}}{x^2}$, care verifică condiția că G(e)= 2.

(5p) **c)** Arătați că $\int_0^1 x \cdot f(x)dx = \frac{1}{3} + \frac{e-1}{2}$.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL EDUCAȚIEI

TEST 1 – Tehnologic
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerinţelor, în limita punctajului maxim corespunzător**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare**

SUBIECTUL I 30 puncte

1.	$(2-\frac{1}{2})^2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$, $0{,}25=\frac{1}{4}$ $\frac{9}{4} : \frac{1}{4} = 9$	**3p** **2p**
2.	$f(2) = 3 \Leftrightarrow 2a - 1 = 3$ $a = 2$	**3p** **2p**
3.	$2^{4x-6} = 4^{3x-4} \Leftrightarrow 2^{4x-6} = 2^{6x-8}$ $4x - 6 = 6x - 8$, de unde $x = 1$	**2p** **3p**
4.	$A=\{1,2,3,\dots,40\} \Rightarrow 40$ numere , deci 40 cazuri posibile 4, 14, 24, 34, 40 conțin cifra 4 , deci 5 cazuri favorabile $P = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$	**1p** **2p** **2p**
5.	$AB = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(a-2)^2} = 2 \Leftrightarrow a^2 - 4a = 0$ $a_1 = 0,\ a_2 = 4,$	**3p** **2p**
6.	$tgx = 1$ și $x \in \left(0,\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = x \in \left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow sin^2 45° = (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 = \frac{1}{2}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL II 30 puncte

1.	**a)** $A(2)=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\det A(2) = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 1$	**2p** **3p**

	b) A(2020) + A(2022) = $\begin{pmatrix} 2020 & 3 \\ 2019 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2022 & 3 \\ 2021 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4042 & 6 \\ 4040 & 4 \end{pmatrix} =$ $= 2\begin{pmatrix} 2021 & 3 \\ 2020 & 2 \end{pmatrix} = 2\,A(2021)$	**3p** **2p**
	c) $A(2) + xA(3) = \begin{pmatrix} 2+3x & 3+3x \\ 1+2x & 2+2x \end{pmatrix}$ $\det[A(2)+xA(3)] = 0 \Leftrightarrow x+1=0$, de unde x = - 1	**2p** **3p**
2.	**a)** $(-2) * 2 = 3^{-2+2} =$ $3^0 = 1$	**2p** **3p**
	b) $x * x^2 = 9 \Leftrightarrow 3^{x+x^2} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ $x = 1$ și $x = -2$	**3p** **2p**
	c) $(x*y)*z = 3^{3^{x+y}+z}$ și $x*(y*z) = 3^{x+3^{y+z}}$ $(x*y)*z \neq x*(y*z)$, deci legea nu este asociativă	**3p** **2p**

SUBIECTUL III **30 puncte**

1.	**a)** $f'(x) = \left(\frac{x^2}{2} - 4lnx\right)' = \frac{2x}{x} - 4\frac{1}{x} =$ $= \frac{x^2-4}{x}, x \in (0,\infty)$	**3p** **2p**
	b) $y - f(1) = f'(1)(x-1)$, $f(1) = \frac{1}{2}$, $f'(1) = -3$ $y = -3x + \frac{5}{2}$ este ecuația tangentei la graficul funcției f	**3p** **2p**
	c) $f'(x) = 0$ are soluția $x = 2$ și cum $f'(x) < 0$ pentru $x \in (0,2)$ iar $f'(x) > 0$ pentru $x \in (2,\infty)$, rezultă că x = 2 este punct de minim pentru funcția f , deci $f(x) \geq f(2) = 2 - 4ln2$ Atunci $\frac{x^2}{2} - 4lnx \geq 2 - 4ln2$ oricare $x \in (0,\infty)$, de unde prin înmulțire cu 2 obținem inegalitatea cerută	**3p** **2p**
2.	**a)** $\int_0^1 (f(x) - e^{x^2})dx = \int_0^1 xdx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 =$ $\frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$	**3p** **2p**

	b) $g(x) = \frac{f(x)-e^{x^2}}{x^2} = \frac{1}{x}$ și atunci o primitivă a funcției g ar fi de forma *G(x)= lnx +c* , unde c ∈ ℝ **.** Cum *G(e)= 2* rezultă că *c = 1* , deci primitiva este *G(x))= lnx +1*	**3p** **2p**
	c) $\int_0^1 x \cdot f(x)dx = \int_0^1 x^2dx + \int_0^1 xe^{x^2}dx = \frac{\boldsymbol{x^3}}{\boldsymbol{3}} \Big|_0^1 + \frac{1}{2}\, e^{x^2}\Big|_0^1 =$. $\frac{1}{3} + \frac{e-1}{2}$	**3p** **2p**