

**Teste de recapitulare pentru bacalaureat
la profilul pedagogic
TESTUL 1**

**Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 puncte din oficiu.
Pe foaia de examen scrieti rezolvarile complete
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Calculati : $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 240$
2. Determinati numarul real a pentru care $f(1) + f(-1) = 2021$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + a$.
3. Rezolvati in multimea numerelor reale ecuatia: $\lg(4x + 1) = 1$
4. Aflati cate elemente n din multimea verifica inegalitatea $C_{10}^{n-1} < 2C_{10}^n$
5. Sa se calculeze distanta de la punctul $A(1, 7)$ la punctul $B(-2, 3)$.
6. Sa se calculeze : $S = \sin 120^\circ + \cos 150^\circ$

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

Pe multimea numerelor reale se defineste legea de compozitie $x * y = xy + x + y$.

1. Aratati ca $(-2) * 0 = -2$
2. Demonstrati ca legea de compozitie “ $*$ ” este comutativa.
3. Demonstrati ca $x * y = (x+1)(y+1) - 1$ pentru orice numere reale x si y .
4. Determinati numarul real x pentru care $7 * 3^x = 79$
5. Determinati numarul real x pentru care $(7 - x) * x \leq -1$
6. Determinati perechile de numere intregi (m, n) , stiind ca $m * n = 4$

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

Fie matricele, $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ b & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ cu $a, b \in \mathbb{R}$.

1. Sa se determine matricea $D = AB + BA$.
2. Pentru $a = 7$, sa se determine valorile parametrului real b , pentru care $\det(A) = 21$.
3. Pentru $b = 6$, sa se determine valorile parametrului real a , pentru care matricea A este inversabila.
4. Stiind ca parametrii a si b verifica relatia $b \neq 3a$, sa se determine A^{-1} , unde A^{-1} este inversa matricei A .
5. Pentru $a = 1$ si $b = 0$, sa se rezolve ecuatia matriceala $AXB = C$
6. Sa se determine perechile de numere reale (a, b) , pentru care relatia: $AB = BA$ este adevarata.

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$S = 2(1+2+\dots+120) =$ $S = 2 \frac{120(120+1)}{2} = 120 \cdot 121 = 14520$	2p 3p
2.	$f(1) = 4 + a; f(-1) = -4 + a \Leftrightarrow 4 + a + 9 - 4 + a = 2021$ $a = \frac{2021}{2}$	3p 2p
3.	$\log_{10}(4x + 1) = \log_{10} 10 \Leftrightarrow; 4x+1=10 \Leftrightarrow; 4x=9$ $x = \frac{9}{4}$, care convine	3p 2p
4.	$C_{10}^{n-1} < 2C_{10}^n \Leftrightarrow; n < 2(11-n); \Leftrightarrow n < \frac{22}{3};$ $n \in \{1,2,3, \dots 7\}$ deci sunt 7 elemente	3p 2p
5.	$AB = \sqrt{(1+2)^2 + (7-3)^2}$ $AB = \sqrt{25} = 5$	3p 2p
6.	$\sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{1}{2}$ $S = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$-2 * 0 = (-2)0 + (-2) + 0 =$ $0-2+0=-2$	3p 2p
2.	$x * y = y * x$, pentru $x, y \in R$ deoarece $x * y = xy + (x + y)$ si $y * x = yx + (y + x)$ si cum adunarea si inmult. nr reale sunt comut. Avem $x+y =$ $y+x$ si $y=yx$ deci legea este comutativa	2p 3p
3.	$x * y = xy + x + y = x(y + 1) + (y + 1) - 1 =$ $=(y+1)(x+1)-1=(x+1)(y+1)-1$	3p 2p
4.	$7 \cdot 3^x + 7 + 3^x = 79 \Leftrightarrow 3^x(7 + 1) = 79 - 7 \Leftrightarrow$ $3^x = 9 \Leftrightarrow x=2$	3p 2p
5.	$(7 - x)x + 7 - x + x \leq -1 \Leftrightarrow 7x - x^2 + 7 + 1 \leq 0$ $-x^2 + 7x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [8, +\infty)$	2p 3p
6.	$(m + 1)(n + 1) - 1 = 4 \Leftrightarrow (m + 1)(n + 1) = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 = 5 \\ n + 1 = 1 \end{cases} \begin{cases} m = 4 \\ n = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} m + 1 = -5 \\ n + 1 = -1 \end{cases} \begin{cases} m = -6 \\ n = -2 \end{cases} \begin{cases} m + 1 = 1 \\ n + 1 = 5 \end{cases} \begin{cases} m = 0 \\ n = 4 \end{cases} \begin{cases} m + 1 = -1 \\ n + 1 = -5 \end{cases} \begin{cases} m = -2 \\ n = -6 \end{cases}$ \Leftrightarrow $(m, n) \in \{(4,0), (-6, -2), (-2, -6), (0,4)\}$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$AB = \begin{pmatrix} a & ab + 1 \\ b & b^2 + 3 \end{pmatrix} \quad BA = \begin{pmatrix} a + b^2 & 1 + 3b \\ b & 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$ $D = \begin{pmatrix} 2a + b^2 & ab + 3b + 2 \\ 2b & b^2 + 6 \end{pmatrix}$	3p 2p
2.	$DetA = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ b & 3 \end{vmatrix} = 21 - b \Leftrightarrow$ $21 - b = 21 \Leftrightarrow -b = 0 \Leftrightarrow b = 0$	3p 2p
3.	$b=6 \Leftrightarrow A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \det A = 3a - 6$ A inversabila $\Leftrightarrow \det A \neq 0 \Leftrightarrow 3a - 6 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$	2p 3p

4.	<p>Pentru $3a \neq b$, matricea $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ b & 3 \end{pmatrix}$, A este inversabilă</p> <p>$A^* = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -b & a \end{pmatrix}$, atunci $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^* = \begin{pmatrix} \frac{3}{3a-b} & \frac{3}{3a-b} \\ \frac{-b}{3a-b} & \frac{a}{3a-b} \end{pmatrix}, \forall a, b \in \mathbb{R} \text{ cu } 3a \neq b.$</p>	2p 3p
5.	<p>Pentru $a=1$ și $b=0$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$, ambele matrice sunt inversabile,</p> <p>$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}, B^{-1} = I_2.$</p> <p>În acest caz soluția ecuației matriceale va fi $X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1} = A^{-1} \cdot C = \begin{pmatrix} -\frac{10}{3} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$</p>	2p 3p
6.	<p>Conform rezultatului obținut la 1. Aveam $AB = \begin{pmatrix} a & ab+1 \\ b & b^2+3 \end{pmatrix}$ și $BA =$</p> <p>$\begin{pmatrix} a+b^2 & 1+3b \\ b & 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$</p> <p>. Identificând elementele din egalitatea $AB = BA$ se obțin relațiile:</p> $\begin{cases} a + a + b^2 \\ ab + 1 = 3b + 1 \\ b = b \\ b^2 + 3 = 3 \end{cases} \text{ de unde } a=3 \text{ și } b=0$	3p 2p