Anexa nr. 3 a Regulamentului Concursului Național de Matematică Aplicată Adolf Haimovici

PROGRAMA
CONCURSULUI NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”

Secțiunea H1 - Filiera tehnologică - toate profilurile și specializările

- Pentru fiecare clasă, în programa de concurs sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programei de concurs atât din clasele anterioare cât și din etapele anterioare, de la secțiunea respectivă.
- Conținuturile din afara programei școlare sunt evidențiate prin subliniere.
- Cunoștințele suplimentare față de programa de concurs pot fi folosite în rezolvarea problemelor de concurs.

CLASA a IX-a

I. Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Mulțimea numerelor reale
   - *Structura algebrică*: operații algebrice cu numere reale, proprietăți; formule de calcul prescurtat studiate în gimnaziu; raționalizarea numitorilor de forma $\sqrt{b}$, $a\pm\sqrt{b}$, $\sqrt{b}\geq 0$.
   - Modulul unui număr real.
   - *Structura de ordine:* compararea și ordonarea numerelor reale; aproximări prin lipsă sau prin adaos; partea întreagă și partea fracționară a unui număr real; aproximări prin lipsă și prin adaos; operații cu intervale de numere reale.
2. Elemente de logică matematică
   - *Propoziții și predicate*: valoare de adevăr; operații: negația, conjuncția, disjuncția, implicația, echivalența; cuantificatori; reguli de negare.
3. Șiruri
   - *Modalități de a descrie un șir;* determinarea termenului general al unor șiruri;
   - *Progresii aritmetice și geometrice: determinarea termenului general, suma primilor n termeni;* condiții ca n numere ($n \geq 3$) să fie în progresie aritmetică sau geometrică

II. Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București

GEOMETRIE

1. Geometrie (**programa școlară din clasele VI-VIII în vigoare**):
   - *Figuri geometrice plane: Triunghiul, Patrulatere, Cercul (la nivelul programei din gimnaziu)*
   - *Ariile figurilor geometrice plane*
   - *Asemănarea triunghiurilor. Relații metrice și trigonometrice în triunghiul dreptunghic. Teoreme de coliniaritate și concurență.*
   - *Corpuri geometrice: calcul de arii și volume*

2. Geometrie analitică:
   - *Reper cartezian în plan;* coordonate carteziene ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan, coordonatele mijlocului unui segment, centrul de greutate al unui triunghi;
   - *Panta unei drepte (ca raport).*
   - *Ecuația dreptei:* ecuația unei drepte care trece printr-un punct dat și are panta dată, ecuația unei drepte care trece prin două puncte; intersecțiile dreptei cu axele de coordonate; intersecția a două drepte.

ALGEBRĂ

3. Funcții – observarea unor proprietăți ale funcțiilor utilizând lecturi grafice
   - *Funcția : definiție, exemple, imaginea unei funcții.*
   - *Funcții numerice* $f:I\to\mathbb{R}$, *I interval de numere reale;* graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma $f(x)=g(x)$; proprietăți ale funcțiilor numerice - monotonie, mărginire, puncte de extrem, semnul, comportament asimptotic - interpretarea grafică a proprietăților.

4. Funcția afină; funcția de gradul al doilea.
   - *Funcții obținute prin operații de înmulțire și / sau de împărțire* cu funcții afine și funcții de gradul al doilea)

III. Etapa națională

ALGEBRĂ

1. *Funcții* – observarea unor proprietăți ale funcțiilor utilizând lecturi grafice: funcția radical de ordin doi, funcția exponențială (numărul irațional e), funcția logaritmica (logaritmi, logaritm natural, logaritm zecimal).s

ELEMENTE DE TRIGONOMETRIE

2. *Rezolvarea triunghiului dreptunghic.*
3. *Cercul trigonometric.*

- Studiul funcțiilor sinus și cosinus pe intervalul $[0,2\pi]$, studiul funcției tangentă pe intervalul $[0,2\pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$.
- Valorile funcțiilor trigonometrice pentru $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$.
- Reducerea la primul cadran.
- Formule trigonometrice de bază: relații între funcțiile trigonometrice ale unui unghi, formule trigonometrice pentru suma și diferența a două unghiuri, pentru dublul unui unghi.

CLASA a X-a

I. Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Mulțimea numerelor reale:
   - *Puteri cu exponent real - proprietăți, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.*
   - *Radical dintr-un număr rațional (ordin 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor*
   - *Logaritmi: proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare*
2. Mulțimea numerelor complexe:
   - *Numere complexe - forma algebrică a unui număr complex: conjugatul unui număr complex,* modulul unui număr complex*, operații cu numere complexe,* puterile numărului i
   - Imaginea geometrică a unui număr complex*; interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real*
   - *Rezolvarea în mulțimea numerelor complexe a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți din mulțimea numerelor reale* și complexe*. Ecuații bipătrate.*

3. Funcții:

Reprezentarea geometrică a graficului și proprietăți (monotonie, mărginire, paritate/imparitate, periodicitate) ale funcțiilor:

- *Funcția putere cu exponent natural*
- *Funcția radical de ordin doi și trei*
- *Funcția exponențială, creșteri exponențiale*

- *Funcția logaritmică, creșteri logaritmice*
- *Funcții trigonometrice directe*

II. Etapa județeană

ALGEBRĂ

1. Funcții:
   - *Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate*
   - *Funcții inversabile, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă și interpretarea grafică a acestor proprietăți*
   - *Funcții trigonometrice inverse*
2. **Rezolvări de ecuații:** *ecuații iraționale ce conțin radicali de ordin 2 sau 3, ecuații exponențiale, ecuații logaritmice*
3. **Rezolvări de inecuații:** inecuații iraționale, inecuații exponențiale, inecuații logaritmice
4. Metode de numărare:
   - *Metoda inducției matematice*
   - *Mulțimi finite ordonate*
   - *Permutări, aranjamente, combinări, proprietăți*
   - *Binomul lui Newton*

III. Etapa națională

ALGEBRĂ

1. Matematici financiare:
   - *Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA*
   - *Date statistice: culegere, clasificare, prelucrare, reprezentare grafică*
   - *Interpretarea datelor statistice prin parametrii de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie*
   - *Evenimente aleatoare egal probabile; probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile*
   - *Variabile aleatoare. Probabilități condiționate. Dependența și independența evenimentelor, scheme clasice de probabilitate: schema lui Poisson și schema lui Bernoulli*

GEOMETRIE

2. Reper cartezian în plan, coordonate carteziene:
   - *Reper cartezian în plan, coordonate carteziene, distanța dintre două puncte,* coordonatele mijlocului unui segment, coordonatele centrului de greutate al unui triunghi
   - *Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real*

- Produsul scalar a doi vectori; unghiul dintre doi vectori
- *Ecuații ale dreptei în plan determinată de un punct și o direcție dată și ale dreptei determinată de două puncte distincte*
- *Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan*
- *Calcul de distanțe și arii*

Clasa a XI-a

I. Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Matrice
   - *Matrice; operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți*
   - Puterea cu exponent natural a unei matrice
2. Determinanți
   - *Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți*
   - *Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan*

ANALIZĂ MATEMATICĂ

3. Dreapta reală: *intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile* $+\infty$ *și* $-\infty$

4. Limite de funcții:
   - *Limite laterale ; existența limitei unei funcții într-un punct*
   - *Calculul limitelor pentru funcțiile: funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, funcția exponențială, funcția putere* (n = 2, 3)*, funcția radical* (n = 2, 3)*,* funcția rațională, funcții trigonometrice
   - *Calculul limitelor în cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:* $0/0$, ∞/∞, , $0 \cdot \infty$, 1^{∞}, $\infty - \infty$.
   - Limite remarcabile
   - *Asimptotele graficului funcțiilor studiate: verticale, orizontale și oblice*

5 . Funcții continue
   - *Interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue. Discontinuități de spața întâi și de spața a doua*
   - *Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale utilizând consecința proprietății lui Darboux*
   - Demonstrarea existenței rădăcinilor unei funcții continue într-un interval

II. Etapa județeană

ALGEBRĂ

1. **Matrice inversabile** *din* $M_n(\mathbb{C})$, $n = 2,3$. *Ecuații matriceale*

ANALIZĂ MATEMATICĂ

2. Funcții derivabile
   - *Tangenta la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile*
   - *Operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și II pentru funcțiile studiate*
   - *Regulile lui l'Hospital pentru cazurile:* $0/0$, ∞/∞. Aplicații ale regulii lui l'Hospital pentru cazurile: $0 \cdot \infty$, 1^{∞}, $\infty - \infty$.

III. Etapa națională

ALGEBRĂ

1. Sisteme de ecuații liniare cu cel mult 3 necunoscute
   - *Forma matriceală a unui sistem liniar*
   - *Metoda lui Cramer*
   - *Metoda lui Gauss*

ANALIZĂ MATEMATICĂ

2. **Studiul funcțiilor** *cu ajutorul derivatelor de ordin I și II:*
   - *Monotonie, puncte de extrem*
   - *Concavitate, convexitate, puncte de inflexiune*
   - Stabilirea unor inegalități
   - Probleme de extrem (de maxim și de minim)
3. **Reprezentarea grafică a funcțiilor**

Clasa a XII-a

I. Etapa locală

ALGEBRĂ

1. **Grupuri**
   - *Lege de compoziție internă, tabla operației. Parte stabilă și proprietăți ale unei legi de compoziție*
   - *Grup: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, grupul aditiv al claselor de resturi modulo* n

- *Morfism și izomorfism de grupuri*

ANALIZĂ MATEMATICĂ

2. Primitive

- *Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite*
- *Primitive uzuale*
- Metode de a demonstra că o funcție admite admite primitive. Determinarea primitivelor unei funcții pe ramuri

3. Integrala definită

- *Formula lui Leibnitz-Newton*
- *Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare*

4. Metode de calcul *ale integralelor definite:*

- *Integrarea prin părți*
- *Integrarea prin schimbarea de variabilă*

II. Etapa județeană

ALGEBRĂ

1. Inele și corpuri

- *Inel. Inele numerice, inelul $\mathbb{Z}_n$, inele de matrice, inele de funcții reale*
- *Corp. Corpuri numerice, $\mathbb{Z}_p$, p prim*
- Morfisme și izomorfisme de inele și corpuri

2. Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ

- *Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar)*
- *Împărțirea polinoamelor; împărțirea prin $X - a$, schema lui Horner*
- *Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bezout, $c.m.m.d.c.$ și $c.m.m.m.c.$ al unor polinoame, descompunerea unui polinom în produs de factori ireductibili*

ANALIZĂ MATEMATICĂ

3. Metode de calcul *ale integralelor definite:*

- *Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)}dx$, grad $Q \leq 4$ prin metoda descompunerii în fracții simple*

III. Etapa **națională**

ALGEBRĂ

1. Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ

- *Rădăcini ale polinoamelor; relațiile lui Viete pentru polinoame de grad cel mult 4*
- *Rezolvarea ecuațiilor algebrice cu coeficienți în $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$, ecuații binome, ecuații reciproce, ecuații bipătrate*

ANALIZĂ MATEMATICĂ

2. Aplicații ale integralei definite

- *Aria unei suprafețe plane*
- *Volumul unui corp de rotație*

Secțiunea H2 - Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

- Pentru fiecare clasă, în programa de concurs sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programei de concurs atât din clasele anterioare cât și din etapele anterioare, de la secțiunea respectivă.
- Conținuturile din afara programei școlare sunt evidențiate prin subliniere.
- Cunoștințele suplimentare față de programa de concurs pot fi folosite în rezolvarea problemelor de concurs.

CLASA a IX-a

IV. Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Mulțimea numerelor reale

- *Structura algebrică*: operații algebrice cu numere reale, proprietăți; formule de calcul prescurtat:

$$(a\pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3;$$

$$a^3+b^3 = (a+b)\left(a^2-ab+b^2\right);$$

$$a^3-b^3 = (a-b)\left(a^2+ab+b^2\right).$$

- Raționalizarea numitorilor de forma $a\pm\sqrt{b}$, $\sqrt{b}\geq 0$.
- Modulul unui număr real.
- *Structura de ordine:* compararea și ordonarea numerelor reale; aproximări prin lipsă sau prin adaos; partea întreagă și partea fracționară a unui număr real; aproximări prin lipsă și prin adaos.
- *Inegalitatea mediilor (cazul n=2). Inegalitatea Cauchy - Buniakowski.*

2. Elemente de logică matematică

- *Propoziții și predicate*: valoare de adevăr; operații: negația, conjuncția, disjuncția, implicația, echivalența; cuantificatori; reguli de negare. Operații logice elementare.
- *Metode de raționament*: metoda reducerii la absurd; metoda inducției matematice; calculul unor sume.
- *Calcul propozițional.*

3. Polinoame cu coeficienți reali

- *Forma algebrică a unui polinom, operații cu polinoame:* adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar
- *Teorema împărțirii cu rest; algoritmul de împărțire a polinoamelor;*
- *Rădăcini ale polinoamelor; teorema lui Bézout, Schema lui Horner. Divizibilitatea polinoamelor. Relații între rădăcini și coeficienți.*

GEOMETRIE

4. Geometrie (**programa școlară din clasele VI-VIII în vigoare**):

- *Figuri geometrice plane: Triunghiul, Patrulatere, Cercul (la nivelul programei din gimnaziu)*
- *Ariile figurilor geometrice plane*
- *Asemănarea triunghiurilor. Relații metrice și trigonometrice în triunghiul dreptunghic. Teoreme de coliniaritate și concurență.*
- *Corpuri geometrice: calcul de arii și volume*

5. Geometrie analitică:

- *Reper cartezian în plan; coordonate carteziene ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan, coordonatele mijlocului unui segment;*
- *Panta unei drepte (ca raport)*
- *Ecuația unei drepte care trece printr-un punct dat și are panta dată*
- *Ecuația dreptei care trece prin două puncte distincte; intersecțiile dreptei cu axele de coordonate*
- *Pozițiile relative ale unei drepte față de axele de coordonate; pozițiile relative a două drepte*
- *Caracterizarea paralelismului / perpendicularității dreptelor cu ajutorul pantelor*
- *Ecuația cercului*

V. Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București

ALGEBRĂ

6. Progresii aritmetice și progresii geometrice

- Dobânda simplă.
- Progresii aritmetice: *determinarea termenului general al unei progresii aritmetice; suma primilor n termeni ai unei progresii aritmetice*
- Dobânda compusă.
- Progresii geometrice: *determinarea termenului general al unei progresii geometrice; suma primilor n termeni ai unei progresii geometrice*
- Dobânda compusă.
- *Modalități de a descrie un șir;* determinarea termenului general al unor șiruri; studiul mărginirii și monotoniei unui șir
- *Progresii aritmetice și geometrice: condiții ca n numere ($n \geq 3$) să fie în progresie aritmetică sau geometrică*

7. Funcții – observarea unor proprietăți ale funcțiilor utilizând lecturi grafice

- *Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cele patru cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, unde $m \in \mathbb{R}$*
- *Funcția : definiție, exemple, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții*
- *Funcții numerice $f: I \to \mathbb{R}$, I interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma $f(x) = g(x)$; proprietăți ale funcțiilor numerice - monotonie, mărginire, puncte de extrem, paritate,*

imparitate, periodicitate, comportament asimptotic (pe reprezentare grafică), interpretarea grafică a acestora

- *Funcții obținute prin operații de înmulțire și / sau de împărțire*
- *Compunerea cu funcții afine și funcții de gradul al doilea (compunerea funcțiilor)*

8. Funcția de gradul I
   - *Reprezentarea grafică; proprietăți: monotonie, semnul funcției și interpretarea grafică a acestora*
   - *Ecuații și inecuații reductibile la cele de gradul I; sisteme de ecuații și inecuații de gradul I – interpretare grafică*
9. Funcția de gradul al II-lea;
   - *Rezolvarea ecuației de gradul al II-lea*

VI. Etapa națională

ALGEBRĂ

10. Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea
    - *Reprezentarea grafică a funcției de gradul al doilea: intersecția graficului cu axele de coordonate, vârful parabolei, axa de simetrie*
    - *Relațiile lui Viete, rezolvarea sistemelor simetrice fundamentale*
    - Aplicații ale relațiilor lui Viete: calculul sumelor puterilor rădăcinilor, calculul unor expresii care depind de rădăcinile ecuației de gradul al doilea, formarea ecuației de gradul al doilea, semnul soluțiilor ecuației de gradul al doilea, rezolvarea sistemelor simetrice
    - *Monotonie, punct de extrem, interpretare geometrică*
    - *Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției de gradul al doilea ; inecuații reductibile la cele de gradul II;* sisteme de inecuații de gradul al doilea
    - *Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă, sisteme de două ecuații cu două necunoscute (cu o ecuație de gradul I și una de gradul II);*
11. Funcții
    - *Funcția putere cu exponent întreg*
    - *Funcția radical de ordin 2 și ordin 3*
    - *Inegalitatea mediilor (cazul n=3)*
    - *Funcția exponențială (numărul irațional e)*
    - *Funcția logaritmică (logaritmi)*

GEOMETRIE

12. Elemente de trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie:
    - Cercul trigonometric: *studiul funcțiilor sinus și cosinus pe intervalul* $[0,2\pi]$
      studiul funcției tangentă pe $[0,2\pi]-\{\pi/2,3\pi/2\}$
      Deducerea valorilor funcțiilor trigonometrice pentru valori particulare $0,\pi/6,\pi/4,\pi/3,\pi/2,\pi,2\pi$
    - Formule trigonometrice de bază:

$sin^2x + cos^2x = 1;\ sin(\pi - x) = sinx,\ sin(\pi + x) = -sinx;\ sin(2\pi - x) = -sinx,$ $\cos(2\pi - x) = \cos x\quad cos(\pi - x) = -cosx, \cos(\pi + x) = -cosx\quad sin(\pi/2 - x) = cosx,$ $\cos(\pi/2 - x) = \sin x,\ tg(\pi + x) = tgx,\ tg(\pi - x) = -tgx$

- Rezolvarea triunghiului dreptunghic
- *Funcții trigonometrice, reducerea la primul cadran, formule trigonometrice (relații între funcțiile trigonometrice ale unui unghi, formule trigonometrice pentru suma și diferența a două unghiuri, pentru dublul unui unghi,* transformarea sumelor în produs și a produselor în sumă)
- *Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema cosinusului, teorema sinusurilor*
- Calculul lungimilor unor segmente importante în triunghi; raza cercului circumscris și raza cercului înscris în triunghi
- Rezolvarea triunghiurilor
- Calculul ariei unui triunghi; ariile unor suprafețe poligonale

CLASA A X-A

I. Etapa locală

1. *Mulțimi de numere*

- Aplicații ale numerelor complexe în geometrie

2. *Funcții și ecuații*

II. Etapa județeană

- Convexitate în sensul lui Jensen, inegalități deduse din convexitate

III. Etapa națională

3. *Metode de numărare*

4. Geometrie analitică

5. Polinoame

- C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. și algoritmul lui Euclid pentru polinoame.
- Teorema fundamentală a algebrei. Teorema lui Bezout. Rădăcini multiple. Relații între rădăcini și coeficienți
- Polinoame ireductibile

CLASA A XI-A

ALGEBRĂ

I. Etapa locală

1. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică

- *Conținutul programei școlare, cu excepția temei: „Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor de ecuații liniare”*
- Ecuația caracteristică a unei matrice; Teorema Hamilton-Cayley.

II. Etapa județeană

2.- Rangul unei matrice din , $M_{m,n}(\mathbb{C})$

III. Etapa națională

3. *Elemente de algebră liniară si geometrie analitică*

-*Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor de m ecuații liniare cu n necunoscute:* proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouche, *metoda Gauss*

-Polinom caracteristic, valori proprii

ANALIZĂ MATEMATICĂ

I. Etapa locală

1. *Mulțimea numerelor reale*. Șiruri de numere reale. *Limite de funcții.*

-*Cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:* 1^{∞}, ∞^0, 0^0

2. *Funcții continue*

II. Etapa județeană

3.

- Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert. Puncte limită pentru șiruri
- Discontinuități de prima și a doua speță. Funcții cu proprietatea valorii intermediare (Darboux).

III. Etapa națională

4. *Funcții derivabile. Reprezentarea grafică a funcțiilor*

- Funcții derivabile pe un interval: teorema lui Fermat, teorema lui Rolle, teorema lui Lagrange și interpretarea lor geometrică .
- Rezolvarea grafică a ecuațiilor, utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor în determinarea numărului de soluții ale unei ecuații

- Reprezentarea grafică a conicelor (cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă)

CLASA A XII-A

ALGEBRĂ

I. Etapa locală

1. *Grupuri. Inele și corpuri*
   - Subgrupuri

II. Etapa județeană

1. *Grupuri. Inele și corpuri*
   - Subgrupuri

III. Etapa națională

1. Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ

ANALIZĂ MATEMATICĂ

I. Etapa locală

1. *Primitive*
2. *Integrala definită*

II. Etapa județeană

1. Primitive
2. Integrala definită
   - *Teorema de medie, teorema de existență a primitivelor unei funcții continue*

III. Etapa națională

2. *Aplicații ale integralei definite*
   - Calculul unor limite de șiruri folosind integrala definită